

K-regulárne filtre

FIR filter s impulzovou odpoveďou $h(n)$, ktorá spĺňa podmienky v Tab.1 sa nazýva *K-regulárny* vtedy ak platia nasledovné ekvivalentné tvrdenia:

1) $H(\omega)$ má *K-násobnú nulu* v $\omega = \pi$

2) prvých K-diskrétnych aj spojitých waveletových momentov je nulových, t.j.:

$$m_{\psi}(k) = 0, \mu_{\psi}(k) = 0, \text{ pre } k = 0, 1, \dots, (K - 1)$$

3) polynomicke sekvencie stupňa $\leq (K - 1)$ môžu byť vyjadrené lineárnou kombináciou posunov $h(n)$.

4) polynómy stupňa $\leq (K - 1)$ môžu byť vyjadrené lineárnou kombináciou posunov $\varphi(t)$

Ak je $h(n)$ K -regulárny, potom Z transformáciu $h(n) : H(z) = \sum_n h(n)z^{-n}$ môžeme napísať v tvare:

$$H(z) = \left(\frac{1 + z^{-1}}{2} \right)^K L(z)$$

pričom $L(z)$ nemá žiadne póly v $z = e^{i\pi}$. Ak N je dĺžka filtra $h(n)$, potom polynóm $H(z)$ je stupňa $N-1$ a $L(z)$ stupňa $N-1-K$. Aby $L(z)$ zabezpečilo splnenie nutných $N/2$ podmienok pre ortogonalitu, musí byť aspoň stupňa $N/2-1$. Potom $K \leq N/2$.

Zároveň z podmienky existencie $\varphi(t)$ automaticky platí, že $h(n)$ je aspoň $K=1$ regulárne. Takže platí :

$$1 \leq K \leq N/2$$

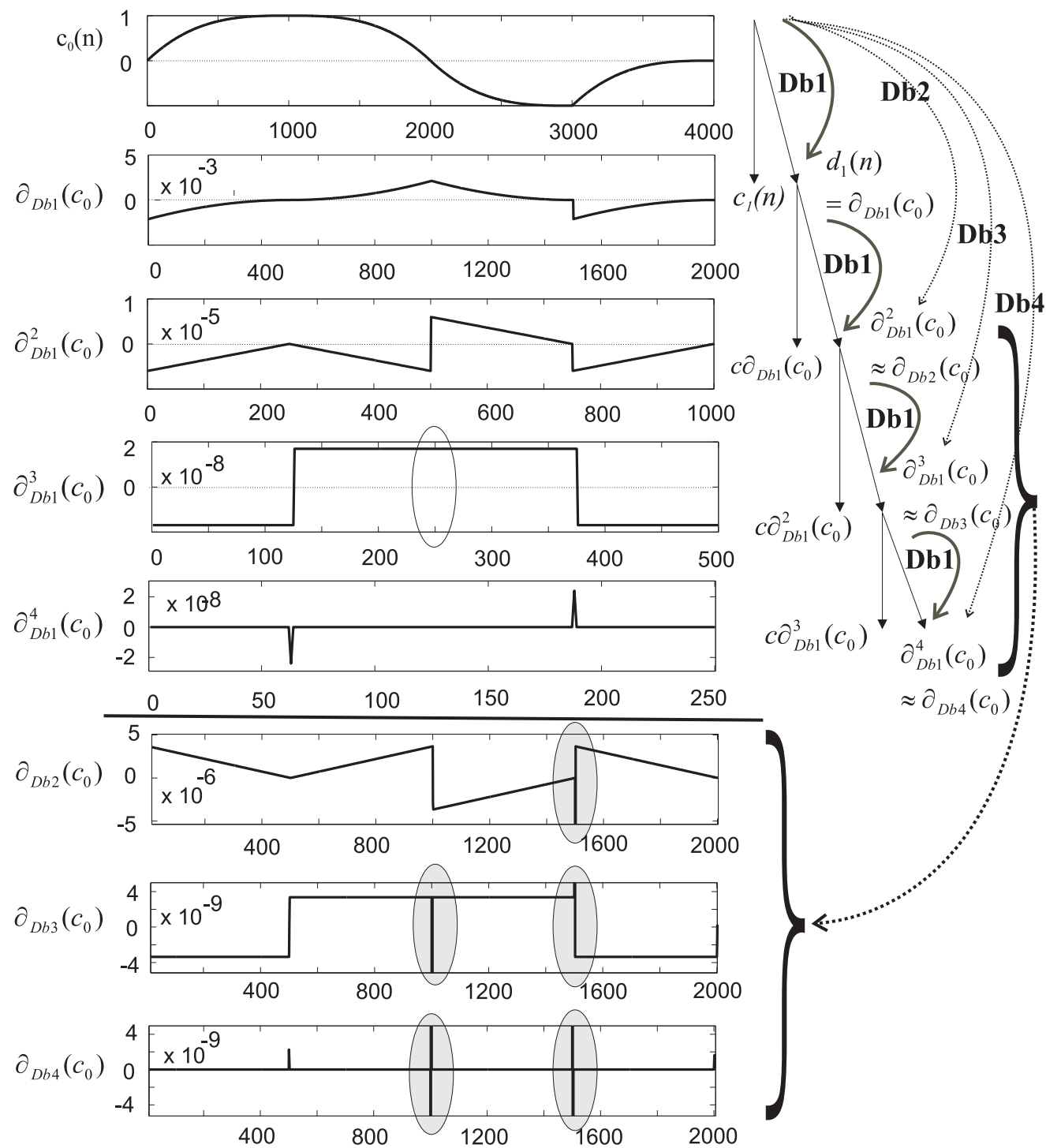
Wavelety ako diferenciálne operátory

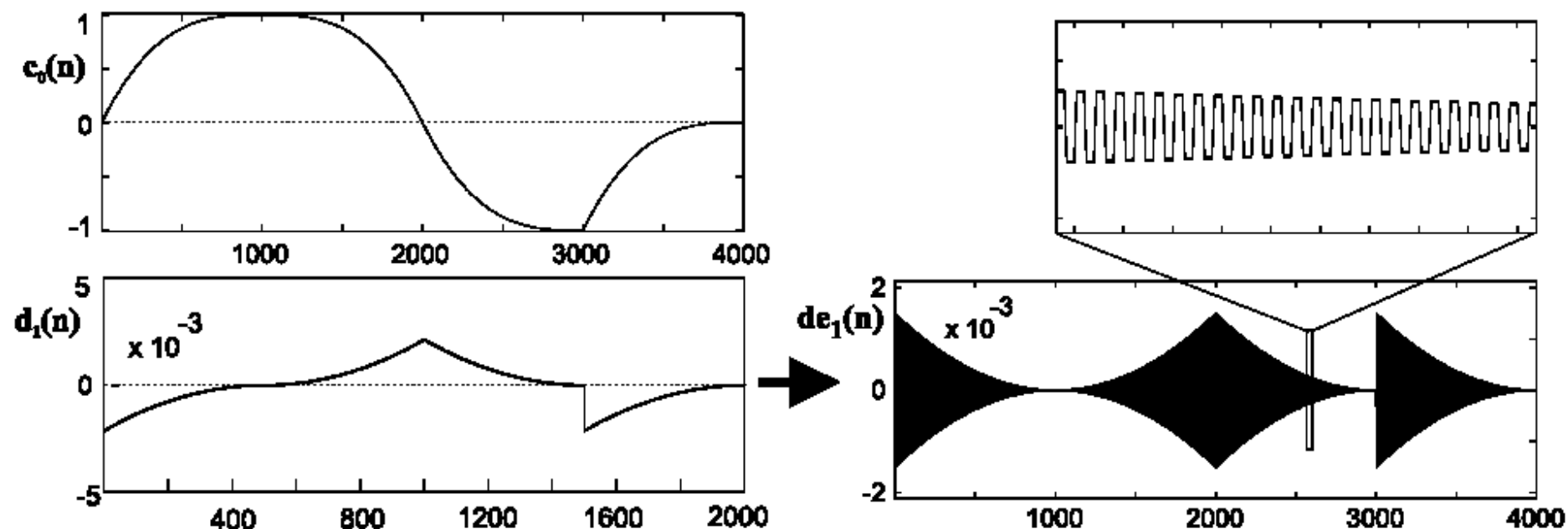
- Wavelety môžu slúžiť ako viacúrovňový derivátor (diferenciálny operátor)
- Nech $h(n)$ je K -regulárny filter, generujúci $\varphi(t)$ a $\psi(t)$. Potom waveletové koeficienty (spektrálne koeficienty po DWT) zodpovedajú K -tej derivácii vyhladenej verzie analyzovaného signálu:

$$\langle f(x), \psi(x-u) \rangle = \partial^K \{\gamma * f\}(u)$$

kde γ je vyhladzujúci operátor definovaný vo frekvencii ako

$$\Gamma(\omega) = \Psi^*(\omega)/(j\omega)^K$$





Obr. 2.6. Waveletové koeficienty signálu $c_0(n)$ na prvej úrovni rozkladu a ich detail (de_1), pri použití Db1 waveletu. Rozliatie detailu je dôsledkom nedostatočnej regularity Db1. (t. j. na obr. 2.5 by nemali rozliaty detail iba koeficienty $\partial_{Db4}(c_0) \approx \partial_{Db1}^n(c_0)$)