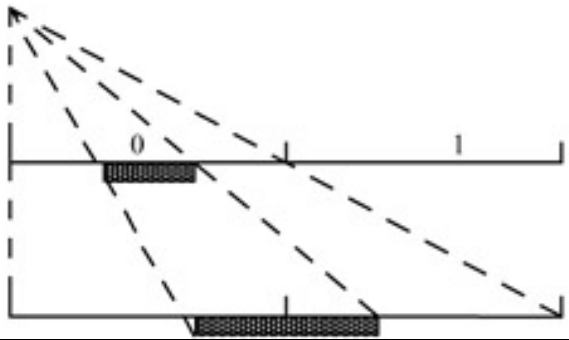
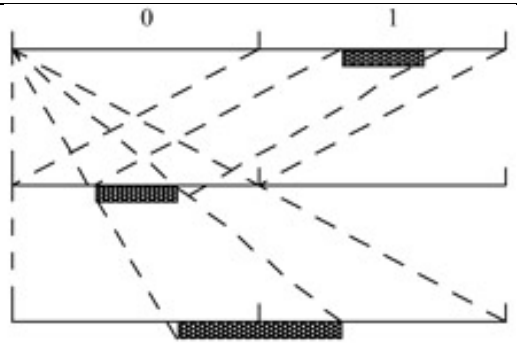
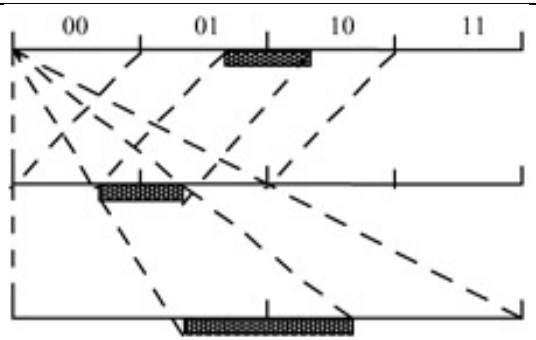
Implementácia AK pri konečnej aritmetickej presnosti

- každý bit poslať na výstupu okamžite, ako je jasné že patrí do výstupného intervalu
- pravidlá sú nasledovné
  - okamžite po kroku 2b („Zvolíme podinterval j , pre ktorý $u_j = a_i$„) v algoritme opakujeme nasledovné kroky dokola, pokiaľ nenastane KONIEC (K) - toto sa volá testovacia slučka:
    - ak aktuálny podinterval (AP) neleží celý ani v jednom z podintervalov [0, ½), [1/4, ¾) [½, 1) nedáme na výstup žiadny bit a je KONIEC (**K**) – **AK znižuje bitovú náročnosť hlavne pri výskyte veľkých AP**
    - ak aktuálny podinterval je v intervale [0, ½) dáme na výstup 0 a všetky F bity ako JEDNOTKY
      - Potom zdvojíme (ZDV) veľkosť intervalu smerom **doprava (ZDVP)**
      - **Vysvetlenie:** Výsledný interval sa jednoznačne nachádza v prvej polovici, druhú polovicu intervalu môžeme zahodiť a prvú polovicu rozšíriť na celý interval (viď obr. Vľavo)
    - ak aktuálny podinterval je v intervale [½,1) dáme na výstup 1 a všetky F bity ako NULY
      - Potom zdvojíme (ZDV) veľkosť intervalu smerom **doľava (ZDVL)**
    - ak aktuálny podinterval je v intervale [1/4, ¾), pričom jedna hodnota je menšia ako 0.5 a druhá väčšia, alebo rovná) zapamätáme si, že treba neskôr vyslať 1x F (follow up) bit
      - Potom zdvojíme (ZDV) veľkosť intervalu smerom **na obe strany od stredu (ZDVS)**

ZDVP	ZDVL	ZDVS
		

Aktuálny interval (AI)	Akcia	Subintervaly AI			Vstup
		a	b	EOF	
[0.000, 1.000)	AI nespĺňa podmienky(K) → delenie AI	[0.000, 0.400)	**[0.400, 0.900)**	[0.900, 1.000)	b
[0.400, 0.900)	AI nespĺňa podmienky(K) → delenie AI	[0.400, 0,600)	**[0.600, 0,850)**	[0.850, 0,900)	b
[0.600, 0,850)	AI ∈[½,1) → DAJ **1**, nový AI (ZDVL1)				
[0.200, 0,700)	AI nespĺňa podmienky(K) → delenie AI	[0.200, 0,400)	**[0.400, 0,650)**	[0.650, 0,700)	b
[0.400, 0,650)	AI ∈[1/4,3/4) → F, nový AI (ZDVS2)				
[0.300, 0,800)	AI nespĺňa podmienky(K) → delenie AI	[0.300, 0,500)	[0.500, 0,750)	**[0.750, 0,800)**	EOF
[0.750, 0,800)	AI ∈[½,1) → DAJ **1+F(0)**, nový AI (ZDVL3)				
[0.500, 0,600)	AI ∈[½,1) → DAJ **1**, nový AI (ZDVL4)				
[0.000, 0,200)	AI ∈[0, ½) → DAJ **0**, nový AI (ZDVP5)				
[0.000, 0,400)	AI ∈[0, ½) → DAJ **0**, nový AI (ZDVP6)				
[0.000, 0,800)	AI nespĺňa podmienky(K) → delenie AI				neni

ZDVL1: Zdvojenie intervalu [0.600, 0,850) smerom doľava= [0.2, 0.7)

- Zdvojenie smerom doľava, t.j. 0.6 je vzdialené od 1 o 0.4, teraz má byť o 0.8 → hodnota 0.2
- Zdvojenie smerom doľava, t.j. 0.85 je vzdialené od 1 o 0.15, teraz má byť o 0.3 → hodnota 0.7

proporcionálne delenie intervalu [0.200, 0.700)	0.4*0.5=0.200→ [0.200, 0,400) 0.5*0.5=0.250→ **[0.400, 0,650)** 0.1*0.5=0.050→ [0.650, 0,700)

ZDVS2: Zdvojenie intervalu [0.400, 0,650) smerom na obe strany= [0.3, 0.8)

- Zdvojenie smerom doľava, t.j. 0.4 je vzdialené od 0.5 o 0.1, teraz má byť o 0.2 → hodnota 0.3
- Zdvojenie smerom doprava, t.j. 0.65 je vzdialené od 0.5 o 0.15, teraz má byť o 0.3 → hodnota 0.8

proporcionálne delenie intervalu [0.300, 0.800)	0.4*0.5=0.200→ [0.300, 0,500) 0.5*0.5=0.250→ [0.500, 0,750) **0.1*0.5=0.050→ [0.750, 0,800)**

ZDVL3: Zdvojenie intervalu [0.750, 0,800) smerom smerom doľava = [0.5, 0.6)

- Zdvojenie smerom doľava, t.j. 0.75 je vzdialené od 1 o 0.25, teraz má byť o 0.5 → hodnota 0.5
- Zdvojenie smerom doľava, t.j. 0.80 je vzdialené od 1 o 0.20, teraz má byť o 0.4 → hodnota 0.6

ZDVL4: Zdvojenie intervalu [0.500, 0,600) smerom smerom doľava = [0.0, 0.2)

- Zdvojenie smerom doľava, t.j. 0.50 je vzdialené od 1 o 0.5, teraz má byť o 1.0 → hodnota 0.0
- Zdvojenie smerom doľava, t.j. 0.60 je vzdialené od 1 o 0.4, teraz má byť o 0.8 → hodnota 0.2

ZDVP5 Zdvojenie intervalu [0.000, 0,200) smerom smerom doprava = [0.0, 0.4)

- Zdvojenie smerom doprava, t.j. 0.00 je vzdialené od 0 o 0.0, teraz má byť o 0.0 → hodnota 0.0
- Zdvojenie smerom doprava, t.j. 0.20 je vzdialené od 0 o 0.2, teraz má byť o 0.4 → hodnota 0.4

ZDVP6 Zdvojenie intervalu [0.000, 0,400) smerom smerom doprava = [0.0, 0.8)

- Zdvojenie smerom doprava, t.j. 0.00 je vzdialené od 0 o 0.0, teraz má byť o 0.0 → hodnota 0.0
- Zdvojenie smerom doprava, t.j. 0.40 je vzdialené od 0 o 0.4, teraz má byť o 0.8 → hodnota 0.8

Nemáme žiadne ďalšie vstupy na konci, nedá sa deliť, t.j. sme na konci algoritmu, náš konečný interval je [0.000, 0.800) a doteraz vyslané bity sú 110100. Platí:

- Náš konečný interval nepokrýva celý interval [0, 1). Existuje teda možnosť, že z neho „vylezieme“
- Chceme vytvoriť číslo, ktoré jednoznačne patrí tomuto intervalu
- stačí pridať **0** – jednoznačne identifikuje [0, 0.5). Alebo pridáme **00** - jednoznačne identifikujeme [0, 0.25)), alebo **01** - jednoznačne identifikujeme [0.25, 0.5), alebo **10** –jednoznačne identifikuje [0.5, 0.75). Pozor, **11** pridať nesmieme, lebo [0.75, 1) siaha mimo nášho intervalu. Najkratšia jednoznačná voľba je teda **0**.
- Celý výsledok je teda: 110100**0**., toto číslo jednoznačne patrí výslednému intervalu bez ohľadu na to aké bity mu doplníme napravo.

Poznámka k adaptivite AC:

- Po každej testovacej slučke sa môžu aktualizovať pravdepodobnosti symbolov ak používame adaptívny aritmetický kód.

Ako toto implementovať pomocou celočíselnej aritmetiky?

Jednoducho:

- Namiesto Intervalu [0,1) a reálnych čísiel → použijeme interval [0, N) a celé čísla
  - kde N je počet symbolov, ktoré máme kódovať
  - Pravdepodobnosť každého symbolu u_j je potom jeho početnosť c_j delená N
  - a platí, že $1 = \sum_j \frac{c_j}{N}$, t.j. sumárna pravdepodobnosť je jednotková
- následne pri upravovaní intervalu rátame s početnosťami namiesto pravdepodobnosťami robíme trunc (pracujeme s celočíselnou časťou)
- Tento postup pri 32 bitoch umožňuje ísť po 4GB vstupnej veľkosti (t.j. 2^{32}) ak symbol je jeden BYTE ...

Druhá možnosť je zvoliť celočíselnú aritmetiku, ktorú máme k dispozícii (napr. iba 16 bitov) a aproximovať AC v rámci možností.

- Hoci aj trochu nepresne, ak bitovo identicky bude pracovať enkóder aj dekóder, postup bude fungovať (hoci aj suboptimálne)

Najjednoduchší aritmetický kóder (AK)?

- Binárny (pozná 2 vstupné symboly) aritmetický kóder
- Používaný napr. pre čiernobiele obrazy
- Vysoko efektívny je, keď pravdepodobnosť jedného symbolu je blízka 1
- Experiment
  - Predpokladajme 2 symboly s pravdepodobnosťami 0.01 a 0.99.
  - Vyšlime 1000 symbolov (990 + 10)
  - Aký je teoretický limit? $pocet_{bitov} = 990(-\log_2 0.99) + 10(-\log_2 0.01) = 14.35 + 66{,}44 = 80{,}79$
  - Ako si s tým poradí Huffmanov kód?
    - Symbol 1 = 0, Symbol 2 = 1
    - Správa=990+10=1000 bitov
  - Ako si s tým poradí aritmetický kód?
    - Ako postupujeme ako minule
      - Kódujeme číslo v dvojkovej sústave, napr.: $0.000 \ldots 0001111111111_2$
      - T.j. napr. 990 symbolov1, potom 10 symbolov2
      - Výsledok nemusíme prevádzať, už ho mame v dvojkovej sústave ...
    - Nič sme neušetrili ... kde je pes zakopaný ?????
      - No predsa v tom, že sme skĺzli do neefektivity, prešli sme na rovnomerné delenie pravdepodobnosti 0.5 a 0.5 (nie 0.01 a 0.99)
  - v čom teda šetrí aritmetický kód? Ako vie zakódovať niečo pod 1/bit symbol ???
- Aritmetický kód spotrebuje toľko bitov, koľko potrebujeme na presnú identifikáciu výsledného intervalu.
  - ak pri každom delení zachováme 99% šírky intervalu a iba veľmi zriedka skočíme na 1% intervalu, stačí nám na identifikáciu výsledného intervalu málo bitov (približne toľko, koľko hovorí teoretický limit)
  - t.j. každý symbol s p=0.99 nás stojí cca 0.15 bitu, a symbol s p=0.01 nás stojí cca 6,64 bitu.
- <u>Spomínate, čo bolo cieľom EBCOTu? Vysoká pravdepodobnosť symbolu 0 a čím menej 1 ...(ak fungujú predikcie)</u>

Ako je implementovaný bezstratový mód v JPEG2000?

- Požíva sa celočíselný lifting s birtogonálnym waveletom CDF (5,3) (CDF=Cohen-Daubechies-Feauveau)
  - Filtre majú veľkosť 5 a 3
  - Počet nulových momentov DP filtrov je 2 (K-regularita je 2)
- Kvantizačný krok ma veľkosť 1
- Používa sa taktiež EBCOT s artimetickým MQ kóderom
  - kódujú sa všetky bitové roviny

Porovnanie efektivity (približné) – od najhorších k najlepším:

Metóda	**Algoritmus**		**Poznámka**
	Predikcia	**Entropický kóder**	
GIF		LZW	Do 256 farieb
TIFF		LZW	
PNG	Lineárna	LZ77+Huffman	
JPEG	Lineárna	Huffman	Bezstratový mód
FELICS	Max(P1,P2)-min(P1,P2) známe pixely	Golomb-Rice	
JPEG2000	DWT pomocou CDF (5,3)	EBCOT	
JPEG-LS	Mediánová predikcia	Kontextový Golomb-Rice kóder	Metóda LOCO
CALIC	Kontextová lineárna + nelineárna korekcia	Huffman / Aritmetický	m-árny AK s názvom CACM++
FLIF?	MANIAC (Meta-Adaptive Near-zero Arithmetic Coding)		Variant CABACu ...

Poznámky:

- Na porovnanie FLIF verzus VALIC verzus JPEG-LS som zatiaľ nenašiel žiadnu štúdiu ... príležitosť pre študentskú DP?
- Čo že je to ten CABAC ??

Aritmetický kóder v H.264 – CABAC

CABAC=Context Adaptive Binary Arithmetic Coding

- Používa len 2 symboly 0 a 1 (ako binárny AK)
- Využíva, že v H.264 sú predikcie a že pravdepodobnosť symbolu 0 je typicky nad 95%
- Zložitejšie symboly sú „binarizované“
    - Napr. predikčný mód sa binarizuje (8 módov sa prenáša pomocou 3 bitov), každý z týchto 3 bitov sa prenáša ako samostatný symbol
- Používa adaptívne aritmetické kódovanie
    - napr. v predikčnom móde „Coefficient map“ (kódovanie signifikancií)
        - kontext je pozícia pixelu v matici 8x8, t.j. máme 64 kontextov
        - začína s s východzími pravdepodobnosťami, že koeficient má hodnotu 0
        - postupne sa tieto pravdepodobnosti adaptujú aktuálne kódovaným hodnotám
    - predikčný mód „väčší ako 1“ – je veľká pravdepodobnosť, že ak koeficient je nenulový, tak má hodnotu +-1.
    - predikčný mód „absolútna hodnota koeficientu“ – ak koeficient má väčšiu abs. hodnotu ako 1, potom je táto binarizovaná ako exponenciálny Golombov kód. Znamienko nie je kódované v tomto kontexte
    - ...

MANIAC

- použitý vo FLIF (Free Losless Image Format)
- na rozdiel od CABACu sú namiesto viacrozmerných polí kvantizovaných koeficientov (64 kontextov) ako kontexty použité uzly rozhodovacích stromov, ktoré sa vyvíjajú počas kódovania

Čo je to exponenciálny Golombov kód?

- Je to univerzálny kód (potenciálne nekonečná množina symbolov!)
  - Efektívne kóduje malé čísla
  - vieme, aké bity ešte patria ešte akému číslu, priradenie je jednoznačné
- Pravidlá kódovania čísla X do Exp. Golombovho kódu:
  - M=počet bitov čísla (X+1)
  - zakódované číslo v binárnej forme = <M-1 krát bit 0><X+1>

Príklady kódovania čísiel

X_{10}	$(X+1)_2$	M-1	<M-1 krát bit 0><X+1>	H.264 –signed X_{10}
0	1	0	1	0
1	10	1	010	1
2	11	1	011	-1
3	100	2	00100	2
4	101	2	00101	-2
5	110	2	00110	3
6	111	2	00111	-3
7	1000	3	0001000	4
8	1001	3	0001001	-4
…	…	…	…	…

Pri H.264 a H.265 je na niektorých miestach použité aj „predmapovanie“, aby bolo možné kódovať aj záporné čísla

- ak $x \leq 0$ potom sa mapuje na $-2x$
- ak $x > 0$ potom sa mapuje na 2x-1

Príklad: Aké sú toto unsigned čísla ak boli zakódované exp. Golombovým kódom? `00100110110110101100010010010101`

Odpoveď: `3, 0, 0, 2, 2, 1, 0, 0, 8, 4.`

Exponenciálny Golombov kód – pokračovanie

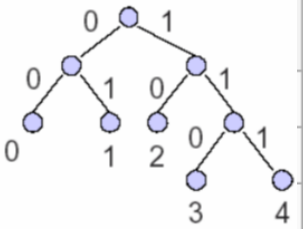
Algoritmus dekódovania (keď nemáme tabuľku):

- Spočítaj počet núl po prvú jednotku. K nasledovnej 1 pridaj toľko bitov, koľko bolo na začiatku núl. Odčítaj 1.
- T.j. ak prijatý prúd bitov 001100110010 1... aké čísla to znamená?
  - 00 -> k 1 pridám 2 bity -> $110_2=6_{10}$, odpočítam 1 -> prvé číslo je 5
  - 0-> k 1 pridám 1 bit -> 11 -> ..... ->druhé číslo je 2
  - 101 -→ tretie číslo je 4
- znamená to čísla (5,2,4)

Golomb - Rice kód

- GR kódy sú optimálne (resp. blízko optimality) pre obojstranné geometrické rozdelenia
- $N = qm + r$, pričom $0 \leq r < m$
  - q je kvocient a r je zvyšok
- kód predstavuje q zakódované unárne (počtom jednotkových bitov) + „0“ + r zakódované ako skrátený binárny kód, nazývaný aj Rice kód.
  - Skrátený binárny kód sa používa pre rovnomerné rozdelenia pravdepodobnosti pre veľkosť abecedy m, pričom m nemusí byť mocninou o základe 2
  - ak $m = 2^r$, potom je výsledok identický s binárnym kódom
  - inak $m = 2^r + b$
    - prvým $2^r - b$ symbolom priradí kódové slová o dĺžke r
    - ostatným $2b$ symbolom priradí posledných $2b$ kódových slov o dĺžke $r + 1$
  - na obrázku sú príklady pre m=5
    - ako vyzerá strom – ukazuje, že výsledný kód je **prefixový**
    - ako vyzerá binárna reprezentácia - šedé hodnoty sú vynechané bity a kombinácie), na reprezentáciu 5 možných zvyškov sa použijú biele bity

m = 5



Kódové slovo		
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Príklad: Golombov kód pre m=5 a náhodne zvolené čísla N

N	q	r	Rice(r)	Golombov kód
2	0	2	10	010
6	1	1	01	1001
9	1	4	111	10111
10	2	0	00	11000
27	5	2	10	11111010

Príklad:
Pre GR kód s m=5 dekódujte z bitov
10000011011011001
=5+0,0+1,5+3,10+1
=5, 1, 8, 11

Run-Length kódovanie (Run Length Encoding – RLE)

- Existuje veľa verzií
- Použitie: kódovanie bitových rovín, čiernobiele obrázky, ...

Základná verzia:

- Na začiatku postupnosti sa predpokladajú nuly a kóduje sa ich počet, následne sa kóduje počet jednotiek, následne núl, atď.
- Počty sa kódujú fixným počtom bitov

Príklad:

Vstupná postupnosť 30 bitov: 0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1

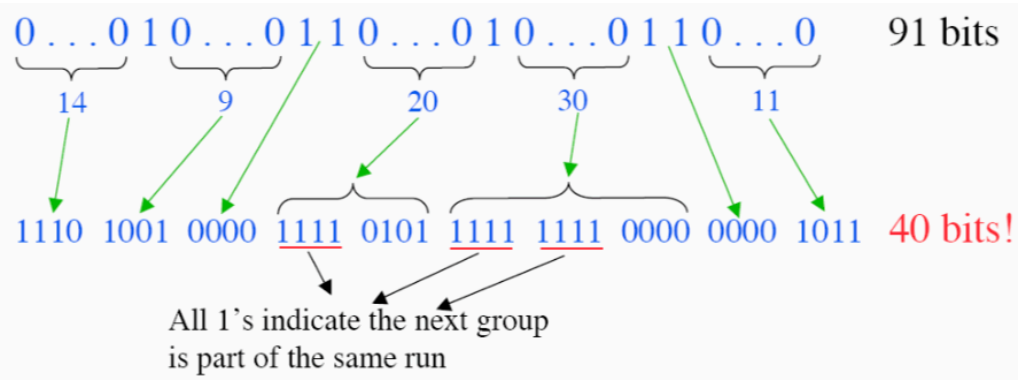
- Použijeme 3 bity na kódovanie počtov
  - Počty: 3, 5, 1, 2, 6, 5, 1, 7
  - bity: 011 101 001 010 110 101 001 111
  - Výsledný kód má 24 bitov.
- Použijeme 4 bity na kódovanie počtov
  - Počty sa nezmenia
  - bity: 0011 0101 0001 0010 0110 0101 0001 0111
  - Výsledný kód má 32 bitov
- Použijeme 2 bity na kódovanie počtov
  - Počty: 3, 3, 0, 2, 1, 2, 3, 0, 3, 3, 0, 2, 1, 3, 0, 3, 0, 1
  - bity: 11 11 00 10 01 10 11 00 11 11 00 10 01 11 00 11 00 01
  - Výsledný kód má 36 bitov

Run-Length kódovanie (Run Length Encoding – RLE) 2

- Ako zabezpečíme optimálnu kódovú dĺžku?
- Prečo nepoužiť variabilnú dĺžku?
  - Huffmanov kód
  - Exp. Golombov / Golombov kód
    - zvážime použitie najmä vtedy, ak je potencionálne nekonečná množina symbolov

RLE Verzia 2

- predpokladáme, že jednotky sa vyskytujú zriedkavo a osamotene
- kóduje iba behy núl, behy jednotiek nekóduje
- ak sa náhodou vyskytuje viac jednotiek za sebou, oddeľujú sa oznámením, že medzi nimi je 0 núl
- Príklad (fixná dĺžka behov, kóduje sa pomocou r=4 bitov) – z 91 bitov sa dostávame na 40:



Poznámka ku kódovaniu behov núl pri fixnej dĺžke r=4bity:

- 0-14: 0000 - 1110
- 15-29: 1111 0000 – 1111 1110
- ...

Poznámky:

- namiesto fixného kódovania dĺžky behov núl môžeme použiť napr. GR kód (beh núl môže byť veeeľmi dlhý ...)
- pre RLE2 sa dá jednoducho vypočítať aj optimálne m na kódovanie behov núl, ak má byť na ich kódovanie použitý GR kód (viď ďalšia strana)

Aké m v GR -kóde je optimálne pre RLE verzie 2

- Nech pravdepodobnosť symbolu 0 je p a pravdepodobnosť symbolu 1 je $1-p$
- Potom optimálne $m = ceil(-1/\log_2 p)$
- Napr. ak $p = \frac{127}{128}$, potom $m = ceil\left(-\frac{1}{\log_2\left(\frac{127}{128}\right)}\right) = ceil(88.38) = 89$

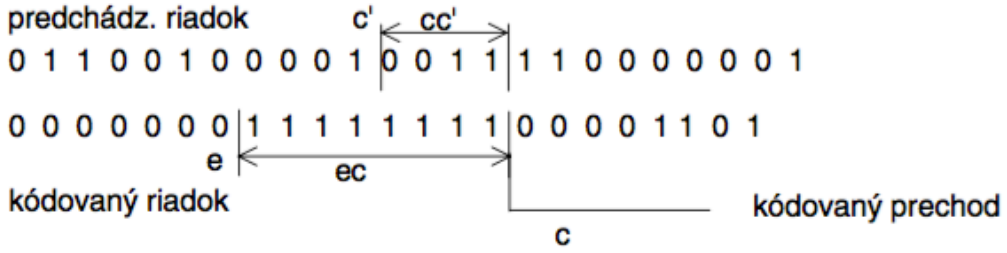
Obraz

- 2D verzie základných kódovacích postupov
- existujú aj intuitívne aj sofistikované verzie ...

2D verzia RLE – kódovanie bitových rovín

- Používa sa najmä RAC (relative address coding) kódovanie
- Kódujeme napr. po riadkoch
- Môžeme si vybrať čo kódujeme pre každý prechod (príklad: prechod c):
  - Vzdialenosť od posledného prechodu v tom istom riadku (príklad: prechod e, 0->1)
  - Vzdialenosť od rovnakého prechodu (príklad: prechod c', 1->0) v predchádzajúcom riadku smerom vľavo
  - vzdialenosť od rovnakého prechodu v predchádzajúcom riadku smerom vpravo
- Potom potrebujeme
  - Vybrať tú vzdialenosť, ktoré je najkratšia (kódovateľná najmenším počtom bitov)
  - vybrať prefix tejto vzdialenosti, aby bolo jasné o ktorú s uvedených vzdialeností kódujeme

Príklad [Gonzales, Woods, str. 453]:



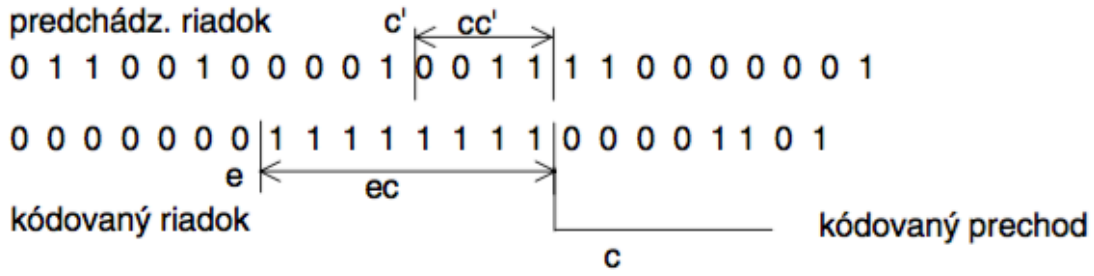
možná vzdialenosť	vzdialenosť	kód
cc'	0	0
ec alebo cc' (vľavo)	1	100
cc' (vpravo)	1	101
ec	d (d>1)	111h(d)
cc' (c' vľavo)	d (d>1)	1100h(d)
cc' (c' vpravo)	d (d>1)	1101h(d)

Výsledký kód predstavuje

- prefix možností pre rôzne kombinácie vľavo/vpravo, aktuálny/minulý riadok, d=0, d=1, d>1
- kódovanie vzdialenosti d pomocou vhodného kódu s variabilnou dĺžkou – h(d)

1 – 4	0 xx
5 – 20	10 xxxx
21 – 84	110 xxxxxx
85 – 340	1110 xxxxxxxx
341 – 364	11110 xxxxxxxxx
1365 – 5460	111110 xxxxxxxxxx

Príklad – postup:



možná vzdialenosť	vzdialenosť	kód
cc'	0	0
ec alebo cc' (vľavo)	1	100
cc' (vpravo)	1	101
ec	d (d>1)	111h(d)
cc' (c' vľavo)	d (d>1)	1100h(d)
cc' (c' vpravo)	d (d>1)	1101h(d)

1 – 4	0 xx
5 – 20	10 xxxx
21 – 84	110 xxxxxx
85 – 340	1110 xxxxxxx
341 – 364	11110 xxxxxxx
1365 – 5460	111110 xxxxxxx

Výsledný kód (kódujeme kompletne oba riadky):

- horný riadok: ec d=1, ec d=2, ec d=2, ec d=2, ec d=4, ec d=1, ec d=2, ec d=4, ec d=6, ec d=1
  - 100, 111+001, 111+001,…, 111+10 0001, …
- dolný riadok (už môžem použiť aj predchádzajúci riadok):
  - rozhodovanie medzi [ec d=7]= 111+10 0010 (9bitov) a [cc'(c' vľavo) d=6] = 1100+01 0010 (10 bitov), vyhrava [ec d=7]
    - pri cc' hľadám zmenu 0->1, prvá takáto zmena je hneď po pdvom bite. Čo je o 6 pozícií vľavo, ako naša aktuálna pozícia
  - rozhodovanie medzi [ec d=8]=111+10 0011 (9bitov) a [cc'(c' vľavo) d=4] = 1100+0 11 (7 bitov) (rátam/scanujem od predchádzajúcej zmeny) … vyhráva [cc'(c' vľavo) d=4].
    - pri cc' hľadám zmenu 1->0, prvá takáto zmena po poslednom prechode je c'na obrázku, čo je o 4 vľavo ako aktuálna pozícia,