

Analógové a digitálne spracovanie signálov 1 (ADSS1)

Termín: zimný semester 2015/2016

Rozsah: 2h prednášky, 2h cvičenia

Prednášateľ:
Cvičiaci

Ing. Radoslav Vargic, PhD. (B 415)
Ing. Ivan Minárik (vedúci cvičení)
Ing. Anna Tóthová
Ing. Marian Špilka

Kontakt (prednášajúci):

Miestnosť: B415

Tel: 0268279415

<http://www.ktl.elf.stuba.sk/study/adss1/>

E-mail: radoslav.vargic@stuba.sk

WWW:

<http://www.ut.elf.stuba.sk/~vargic>

Ostatné kontakty (ICQ, Skype, ...) sú na WWW

Osnova prednášok

1. Kategorizácia signálov (spojité v čase/v hodnote, diskrétne v čase/v hodnote, reálne, komplexné), periodické, neperiodické, základné operácie s nimi, energia, výkon, špeciálne signály (impulzy, skoky) konvolúcia, korelácia zobrazovanie
2. Reprezentácia spojitých signálov vo frekvenčnej oblasti, výkonové a energetické pomery. Analýza vybraných spojitých signálov.
3. Reprezentácia spojitých signálov vo frekvenčnej oblasti, výkonové a energetické pomery. Analýza vybraných spojitých signálov.
4. Reprezentácia diskrétnych signálov vo frekvenčnej oblasti, výkonové a energetické pomery. Analýza vybraných diskrétnych signálov.
5. Reprezentácia diskrétnych signálov vo frekvenčnej oblasti, výkonové a energetické pomery. Analýza vybraných diskrétnych signálov.
6. Analýza diskrétnych signálov pomocou rýchlych algoritmov. Zovšeobecnená Fourierova transformácia, vzorkovanie signálov, vzorkovanie ideálne, vzorkovanie 1. druhu, vzorkovanie 2. druhu,
7. Analógové systémy impulzová charakteristika ako systémová funkcia v čase, diferenciálna rovnica, Laplaceova transformácia, prenosová funkcia analógových systémov
8. Diskrétné systémy, impulzová charakteristika, diferenčná rovnica, Z-transformácia, prenosová funkcia
9. Stabilita analógových a digitálnych systémov, porovnanie komplexnej roviny „p“ s komplexnou rovinou „z“, nulové body a póly prenosových funkcií
10. Analógové modulácie, amplitúdová modulácia, uhlová modulácia,
11. Analógové modulácie, frekvenčná modulácia, fázová modulácia, úzkopásmová frekvenčná modulácia
12. Kvantovanie signálov, opakovanie

Podmienky ku skúške: Aktívna účasť na cvičeniach - max. 2 ospravedlnené absencie. Získanie minimálne 18 z celkového počtu 36 bodov z priebežného hodnotenia

Literatúra:

Prchal, J.: Signály a soustavy

Ondráček, O: Signály a sústavy:

Plán cvičení + ďalšie informácie => priamo na cvičeniach

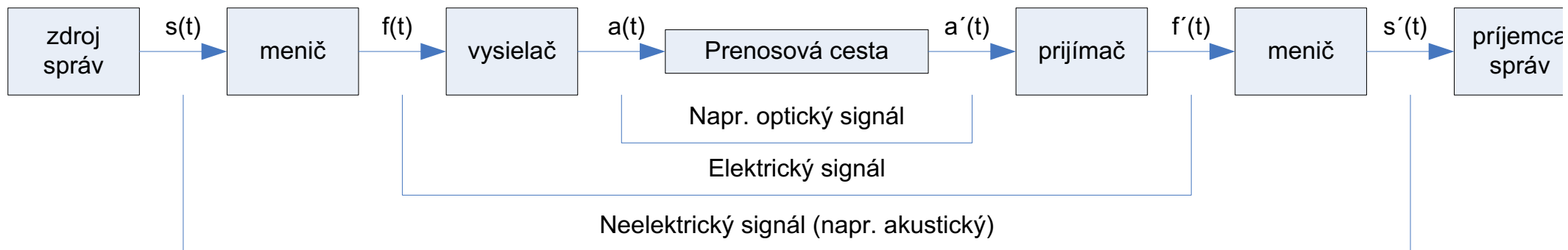
Rozvrh hodín

	7.00 7.50	8.00 8.50	9.00 9.50	10.00 10.50	11.00 11.50	12.00 12.50	13.00 13.50	14.00 14.50	15.00 15.50	16.00 16.50	17.00 17.50	18.00 18.50	19.00 19.50
Pondelok		MOPM 1 – B 616		MOPM 2 – B 616			MOPM 3 – B 616						
				MTSS 1 – B 501									
Utorok		MOPM doc. R. Róka B 704		MTSS prof. I. Baroňák B 704		IPV6 1 – B 614		IPV6 2 – B 614		IPV6 3 – B 614			
Streda		DK2 prof. P. Farkaš BC 150		MOPM 4 – B 616									
				MTSS 2 – B 501		MTSS 3 – B 501		MTSS 4 – B 501					
Štvrtok				IPV6 Dr. T. Páleník B 701		DK2 1 – B 614		DK2 2 – B 614		DK2 3 – B 614			
								AČSS1 Dr. R. Vargic AB35		AČSS1 1 – B 401		AČSS1 1 – B 401	
				MM1 prof. G. Rozinaj B 419		MM1 1 – B 418							
Piatok			DK2 4 – B 614		DK2 5 – B 614								

Signály - definície

- **Správa** – všetko, čo nesie odraz nejakej skutočnosti, udalosti, javu, skúsenosti
- **Informácia** – tá časť správy, ktorá môže znížiť neurčitost' v rozhodovaní prijímateľa správy
- **Signál** – je proces (fyzikálny, chemický, ...) , ktorý je nosičom správy. Signály slúžia na prenos správ.
- **Sústava** – signál vždy existuje v nejakej sústave (systéme), čo je množina prvkov, ktoré navzájom na seba pôsobia, aby plnili čo treba.

Príklad sústavy



Signály – delenie a klasifikácia

- Množstvo spôsobov ich delenia podľa zdroja, použitia, vlastností (rôzne druhy vlastností), obsahu ...
- Z pohľadu telekomunikácií? (Z pohľadu spracovania signálov a prenosu signálu)
- Ako chceme signál spracovať ak sme ho nesprávne identifikovali a klasifikovali?

Aký je toto signál?



Delenie signálov 1 - podľa náhodnosti (na základe štatistických matematických vlastností)

- **Deterministické** – priebeh hodnoty v čase sa dá presne vyjadriť, predpovedať
 - **Periodické**
 - pseudonáhodné
 - kvaziperiodické
 - neperiodické (prechodové)
 - s nekonečnou dobou trvania
 - s konečnou dobou trvania
- **Stochastické** – priebeh hodnoty v čase sa nedá presne vyjadriť, dá sa iba odhadnúť, ohraničiť, charakterizovať atď, stále nám ostane istý prvok náhodnosti
 - **stacionárne** – štatistické vlastnosti sa s časom nemenia
 - **nestacionárne** – štatistické vlastnosti sa s časom menia

Delenie signálov 2 - podľa spojitosti (na základe analytických matematických vlastností)

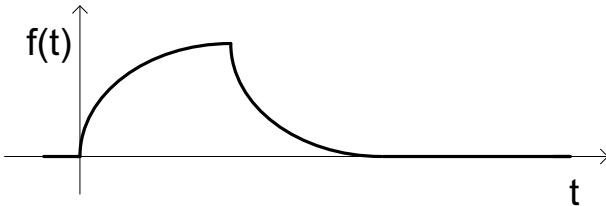
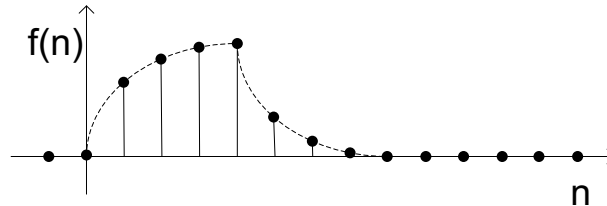
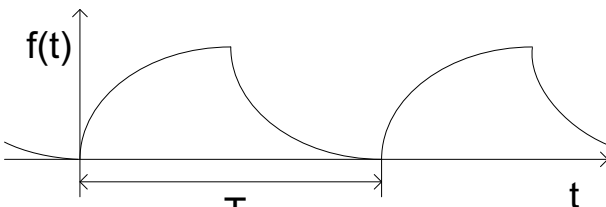
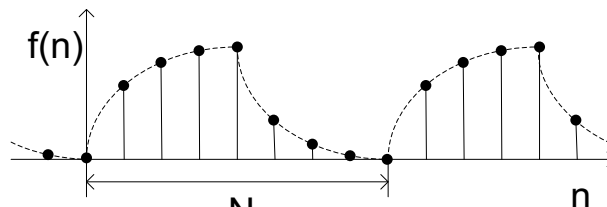
Delenie 2a

- Spojité v čase
- Diskrétne v čase

Delenie 2b

- Spojité v hodnote
- Diskrétne v hodnote

Aplikovanie delenia 2a (spojitosť v čase) na najbežnejšie deterministické signály

	Spojité v čase	Diskrétné v čase
Neperiodické	Spojité neperiodické (SN) 	Diskrétné neperiodické (DN) 
Periodické	Spojité periodické (SP) 	Diskrétné periodické (DP) 

- Každá skupina má svoje vlastnosti a matematický aparát, pomocou ktorého sa so signálom pracuje
- Podľa čoho spoznám napr. periodicitu?
 - pre spojité signály: $f(t)$ je periodické s periódou T , keď existuje také $T \in \mathbf{R}$, že $f(t) = f(t + kT)$, $k \in \mathbf{Z}$
 - pre diskrétné signály: $f(n)$ je periodické s periódou N , keď existuje také $N \in \mathbf{Z}$, že $f(n) = f(n + kN)$, $k \in \mathbf{Z}$

Analýza/zmena signálu

- 1) Zaradenie signálu do skupiny - do ktorej skupiny patrí náš signál? (kam patril obrázok pred dvomi stranami?)
- 2) Signály môžeme medzi rôznymi skupinami presúvať (a prípadne aj späť), ale musíme vedieť čo presne robíme a prečo to robíme, t.j:
 - a. *je dôležité poznať dôsledky a spôsoby ako sa negatívnym dosledkom brániť*
 - b. *Treba uvážiť:*
 - i. *Bude stáť presun vôbec za to? (získame tým niečo zmysluplné, ušetríme na niečom)*
 - ii. *Ak budeme potrebovať vrátiť signál do pôvodného tvaru (do pôvodnej skupiny) zvážneme to?*
- 3) Napr. ak analyzujeme periodický signál
 - a. Je to naozaj periodický signál? Nie je napr. kváziperiodický?
 - b. Správne sme určili periódu? Nie je perióda iná?

Typické zmeny/presuny:

- SN->DN= „vzorkovanie“: SN signál nám odteraz budú reprezentovať iba jeho vzorky
 - Úskalia:
 - Ako husto voliť vzorky?
 - Máme šancu pôvodný SN signál zrekonštruovať z jeho vzoriek?
 - Príliš rýchle deje v signále, ktoré sme nezobrali kompletne do úvahy nám do istej miery môžu pokaziť výsledok
- SN->SP = „periodifikácia“: „určíme periódu“ a budeme ju považovať za periódu nášho signálu
 - Načo by sme to vobec robili? Preto, lebo ako neskôr uvidíme s periodickými signálmi sa pracuje jednoduchšie
 - Úskalia:
 - Ak bol signál kratší ako zvolená perióda ... je to jednoduchšie ... aj návrat k pôvodnému signálu je triviálny a jednoznačný (Pozn: má vplyv voľba periódy? je dobré, alebo zbytočné si voliť dlhú periódu? ($T=1/f$))
 - Ak bol signál DLHŠÍ ako zvolená perióda:
 - Zobrali sme naozaj reprezentatívny interval signálu?
 - Pomalšie deje v signále, ktoré sme nezobrali kompletne do úvahy nám do istej miery môžu pokaziť výsledok

Redefícia delenia deterministických signálov

- **Deterministické** – priebeh hodnoty v čase sa dá presne vyjadriť, predpovedať
 - **Periodické** – zložené z harmonických signálov s frekvenciami, ktoré sú celočíselným násobkom jednej základnej frekvencie
 - **Kvaziperiodické** - zložené z harmonických signálov s frekvenciami, z ktorých aspoň 2 sú vo vzájomných pomeroch určených iracionálnym číslom
 - **Neperiodické** – taktiež zložené z harmonických signálov

Delenie 3 (výkon/energia)

- **Výkonové signály**
 - majú nenulový avšak konečný **stredný normovaný výkon** P . Pre reálny signál $f(t)$: $P = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{a} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f^2(t) dt$
 - pre periodické signály stačí voliť $a = T$
 - pozor, nepočítame **okamžitý výkon** $p(t) = \frac{de(t)}{dt}$
 - patria sem zvyčajne periodické, niektoré stochastické a kvaziperiodické signály
- **Energetické signály**
 - majú nenulovú avšak konečnú **normovanú energiu** E . Pre reálny signál $f(t)$: $E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt$
- **Výkon a energia diskretných signálov?** (analogické vzorce, namiesto integrálu je suma, neriešime okamžitý výkon)

Príklad

Majme funkciu:

a) $f(t) = 4 \sin(\omega t), t \in (-\infty, \infty)$

b) $f(t) = \begin{cases} 10e^{-t} & t \in (0, \infty) \\ 0 & t \in (-\infty, 0) \end{cases}$

Je $f(t)$ periodická?

1. Ak áno určiť T a P

2. Ak nie, určiť E

Riešenie:

a) Funkcia je periodická s $T = 2\pi/\omega$, lebo pre takéto T platí $f(t) = f(t + nT)$:

Prečo?

Aby funkcia bola periodická musí platiť:

$$f(t) = f(t + nT)$$

$$\sin(\omega t) = \sin(\omega(t + nT)) = \sin(\omega t + \omega nT) \quad (1)$$

Vieme, že sin je periodická pričom platí

$$\sin(x) = \sin(x + n 2\pi) \quad (2)$$

Teda, vzťah (1) platí, keď

$$\omega nT = n2\pi$$

$$T = 2\pi/\omega$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [4 \sin(\omega t)]^2 dt = \frac{16}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin^2(\omega t) dt = \frac{32}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2(\omega t) dt = \frac{16}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} [1 - \cos(2\omega t)] dt = \\ &= \frac{16}{T} \left[t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega} \right]_0^{T/2} = \frac{16\omega}{2\pi} \left[t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega} \right]_0^{\pi/\omega} = \frac{16\omega}{2\pi} \left[\left(\frac{\pi}{\omega} - \frac{\sin(2\pi)}{2\omega} \right) - (0 - 0) \right] = \\ &= \frac{8}{\pi} [\pi - 0] = 8 \end{aligned}$$

- $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$
- Substitučná metóda ($x = 2\omega t$)

b) Funkcia nie je periodická

$E = 100 \int_0^{\infty} e^{-2t} dt = 100 \int_0^{\infty} e^{-2t} dt = 100 \left[\frac{1}{-2} e^{-2t} \right]_0^{\infty} = 100 \left[0 - \left(-\frac{1}{2} \right) \right]_0^{\infty} =$	Substitučná metóda ($x = -2t$)
--	----------------------------------

50

Špeciálne signály

Harmonický signál

Reálny, technicky realizovateľný harmonický signál sa dá vyjadriť v tvare

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

(3.2)

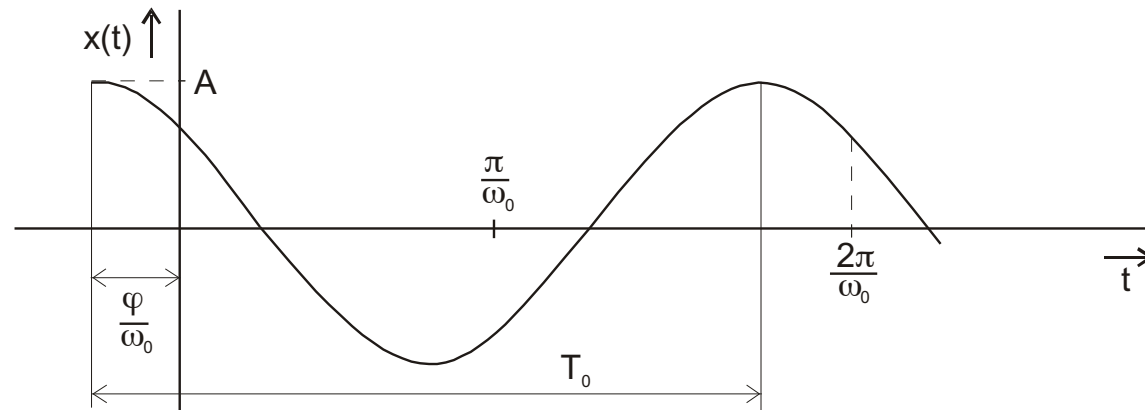
kde

φ je počiatková fáza (pre $t = 0$)

ω_0 je kruhová frekvencia

T_0 je perióda signálu

Grafické znázornenie signálu v časovej oblasti:



Diracov impulz

Pre Diracov impulz platí

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{pre } t = 0 \\ 0 & \text{pre } t \neq 0 \end{cases}$$

Ďalej platí

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

resp.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1$$

Diracova funkcia má nekonečnú energiu

Súčin $A\delta(t)$ vyjadruje jednotkový impulz o intenzite(mohutnosti) A .

Pre integrál súčinu jednotkového impulzu a ľubovoľnej funkcie $x(t)$, spojitej v bode $t = 0$, resp. $t = t_0$ platí

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)x(t)dt = x(0)$$

resp.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0)x(t)dt = x(t_0)$$

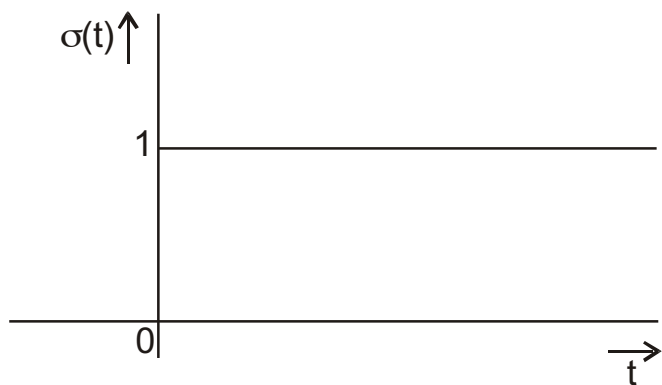
Súčin funkcie $x(t)$ a jednotkového impulzu $\delta(t - t_0)$ je jednotkový impulz o intenzite $x(t_0)$, teda $x(t)\delta(t - t_0) = x(t_0)\delta(t - t_0)$

Konvolúcia funkcie $x(t)$ s jednotkovým impulzom $\delta(t - t_0)$ je pôvodná funkcia $x(t)$ posunutá o t_0 , teda dostaneme $x(t - t_0)$

Jednotkový skok

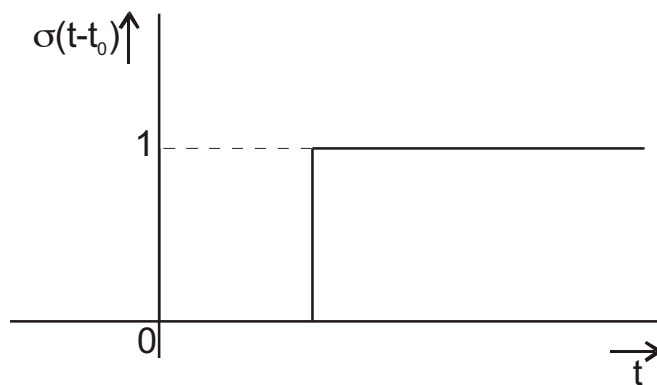
Pre jednotkový skok $\sigma(t)$ - uvádza tiež pod názvom Heavisideova funkcia. Platí:

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1 & \text{pre } t > 0 \\ 0 & \text{pre } t \leq 0 \end{cases}$$



a)

$$\sigma(t - t_0) = \begin{cases} 1 & \text{pre } t > t_0 \\ 0 & \text{pre } t \leq t_0 \end{cases}$$



b)

Jednotkový impulz v diskretnom tvare

$$x(n) = u(n) = \begin{cases} 1 & \text{pre } n = 0 \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

Jednotkový skok v diskretnom tvare

$$x(n) = u(n) = \begin{cases} 1 & \text{pre } n \geq 0 \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

Polia čísiel

Ako definičný obor budeme používať:

Ako obor hodnôt budeme používať:

Ako pomocné hodnoty budeme používať:

Z – celé, R – reálne

R – reálne, C – komplexné

Q – racionálne

Základné operácie: +, -, *, /, $\bar{x}$, $|x|$

Pri komplexných číslach:

- algebraický (zložkový) tvar: $z = a + ib$
- goniometrický (exponenciálny) tvar: $z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi) = |z|e^{i\varphi}$
 - $|z|$ – veľkosť, „modul“
 - φ – fáza
- Kreslenie do „Komplexnej roviny“

Signály - kreslenie

Kreslenie

- Obor hodnôt reálne čísla
- Obor hodnôt komplexné čísla
 - „3d“, modul, fáza, reálna, imaginárna hodnota
 - Odhad priebehu hodnoty v komplexnej rovine (parametrizácia pomocou t)
- Spojité a diskrétne signály?
- Matlab ...

Signály – operácie

- Základné operácie: $+$, $-$, $*$, $/$, $\overline{x(t)}$, $|x(t)|$, urychlenie, spomalenie, posun signalov, otočenie signálov...
- Pokročilé operácie

Operácia	Vysledok	SN signály	DN signály
Skalárny súčin $\langle, \rangle$	Cislo	$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{g}(t) dt$	$\langle f(n), g(n) \rangle = \sum_n f(n) \bar{g}(n)$
Korelácia $R_{x,y}$	Funkcia	$R_{x,y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \bar{g}(\tau - t) d\tau$	$R_{x,y}(n) = \sum_k f(k) \bar{g}(k - n)$
Konvolúcia $f * g$	Funkcia	$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \bar{g}(t - \tau) d\tau$	$(f * g)(n) = \sum_k f(k) \bar{g}(n - k)$

- periodické signály: výsledok môžeme počítať pre jednu periódu súčinu funkcií
- Platí $\langle x, y \rangle = R_{x,y}(0)$
- $R_{x,x}$ (autokorelácia) je symetrická funkcia okolo bodu 0

Práca s maticami a vektormi

- Ak chcete pracovať s Matlabom, veľmi sa tomu nevyhnemem
- Pri akých druhoch signálov je to vhodné?
- Pre aké operácie je to vhodné?

Pokročilé spracovanie signálu - transformácia

- Pre signály nemusí byť práve najvhodnejšie v časovej oblasti
 - popísať a nalyzovať ich vlastnosti
 - navrhovať ich úpravu
 - vykonávať ich úpravu
- napríklad šum - čo je to šum a aké má vlastnosti? Ako ho potlačiť?
 - je výsledkov nejakých procesov, má nejaké vlastnosti
 - čo s tým?
- bolo by ideálne signál s jeho nežiadúcou zložkou "transformovať" do oblasti, kde sa užitočná a nežiadúca zložka premietnu do inej, oddelenej oblasti, potom nežiadúcu zložku zmazať a transformovať signál späť.
- prirodzený aparát nám poskytuje **"frekvenčná oblasť"** a **frekvenčné transformácie, kde signály vyjadrujeme pomocou harmonických signálov s jasne definovanou frekvenciou**
 - vo frekvenčnej oblasti vieme jednoznačne. povedať, či signál nejakú frekvenciu obsahuje (a v akje miere), či neobsahuje

Príklad:

- priemerovanie signálu v čase (pravouhlé a iné okno), predstavte si to napr. na fotke
 - čo to spôsobí
 - aké má vlastnosti výsledný produkt?
 - ako priemerovanie vykonať