

Analógové a digitálne spracovanie signálov 1 (ADSS1)

Termín: zimný semester 2012/2013

Rozsah: 3h prednášky, 2h cvičenia

Prednášateľ:	Ing. Radoslav Vargic, PhD.	(B 415)
Vedúci cvičení:	Ing. Martin Turi Nagy, PhD.	(B 406)
Cvičiaci:	Doc. Ing. Ján Zodl. PhD.	(B 416)
	Ing. Juraj Vojtko, PhD.	(B410)

Kontakt (prednášajúci):

Miestnosť: B415

Tel: 0268279415

E-mail: radoslav.vargic@stuba.sk

WWW: <http://www.ktl.elf.stuba.sk/study/adss1/>

Ostatné kontakty (ICQ, Skype, ...) sú na WWW

Osnova prednášok

1. Kategorizácia signálov (spojité v čase/v hodnote, diskkrétne v čase/v hodnote, reálne, komplexné), periodické, neperiodické, základné operácie s nimi, energia, výkon, špeciálne signály (impulzy, skoky) konvolúcia, korelácia zobrazovanie
2. Reprezentácia spojitých signálov vo frekvenčnej oblasti, výkonové a energetické pomery. Analýza vybraných spojitých signálov.
3. Reprezentácia spojitých signálov vo frekvenčnej oblasti, výkonové a energetické pomery. Analýza vybraných spojitých signálov.
4. Reprezentácia diskrétnych signálov vo frekvenčnej oblasti, výkonové a energetické pomery. Analýza vybraných diskrétnych signálov.
5. Reprezentácia diskrétnych signálov vo frekvenčnej oblasti, výkonové a energetické pomery. Analýza vybraných diskrétnych signálov.
6. Analýza diskrétnych signálov pomocou rýchlych algoritmov. Zovšeobecnená Fourierova transformácia, vzorkovanie signálov, vzorkovanie ideálne, vzorkovanie 1. druhu, vzorkovanie 2. druhu,
7. Analógové systémy impulzová charakteristika ako systémová funkcia v čase, diferenciálna rovnica, Laplaceova transformácia, prenosová funkcia analógových systémov
8. Diskkrétne systémy, impulzová charakteristika, diferenčná rovnica, Z-transformácia, prenosová funkcia
9. Stabilita analógových a digitálnych systémov, porovnanie komplexnej roviny „p“ s komplexnou rovinou „z“, nulové body a póly prenosových funkcií
10. Analógové modulácie, amplitúdová modulácia, uhlová modulácia,
11. Analógové modulácie, frekvenčná modulácia, fázová modulácia, úzkopásmová frekvenčná modulácia
12. Kvantovanie signálov, opakovanie

Podmienky ku skúške: získaný zápočet

Literatúra:

Prchal, J.: Signály a soustavy

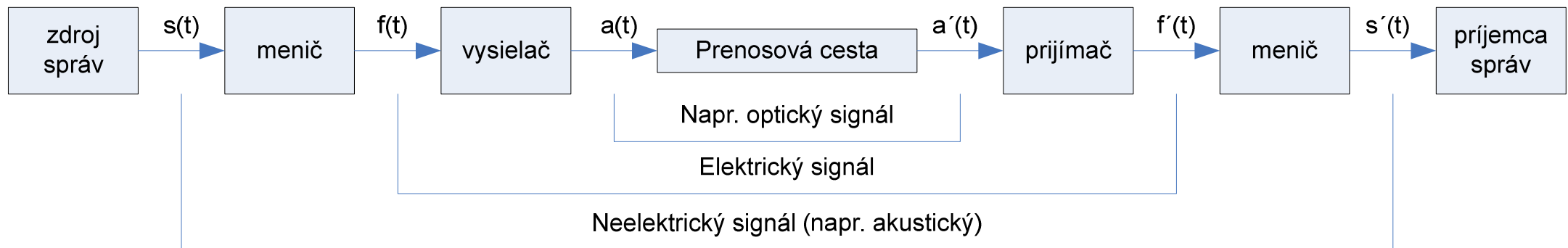
Ondráček, O: Signály a sústavy:

Plán cvičení + ďalšie informácie => priamo na cvičeniach

Signály - definície

- **Správa** – všetko, čo nesie odraz nejakej skutočnosti, udalosti, javu, skúsenosti
- **Informácia** – tá časť správy, ktorá môže znížiť neurčitost' v rozhodovaní prijímateľa správy
- **Signál** – je proces (fyzikálny, chemický, ...) , ktorý je nosičom správy. Signály slúžia na prenos správ.
- **Sústava** – signál vždy existuje v nejakej sústave (systéme), čo je množina prvkov, ktoré navzájom na seba pôsobia, aby plnili čo treba.

Príklad sústavy



Signály – delenie

Delenie 1 (náhodnosť)

- **Deterministické** – priebeh hodnoty v čase sa dá presne vyjadriť, predpovedať
 - **Periodické**
 - **pseudonáhodné**
 - **kvaziperiodické**
 - **neperiodické (prechodové)**
 - s nekonečnou dobou trvania
 - s konečnou dobou trvania
- **Stochastické** – priebeh hodnoty v čase sa nedá presne vyjadriť, dá sa iba odhadnúť, ohraničiť, charakterizovať atď, stále nám ostane istý prvok náhodnosti
 - **stacionárne** – štatistické vlastnosti sa s časom nemenia
 - **nestacionárne** – štatistické vlastnosti sa s časom menia

Delenie 2 (spojitosť)

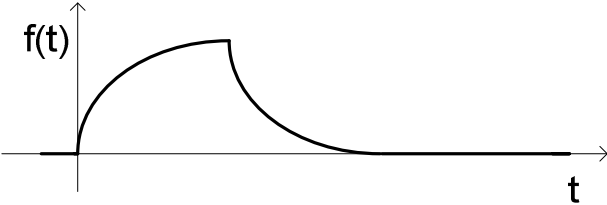
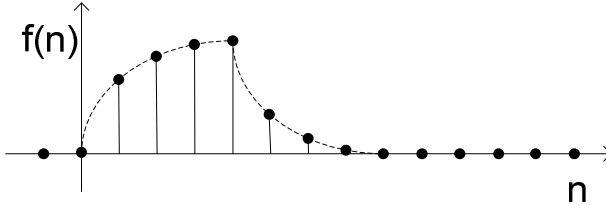
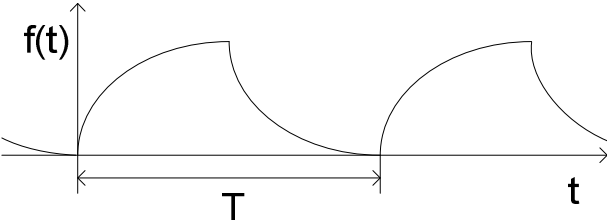
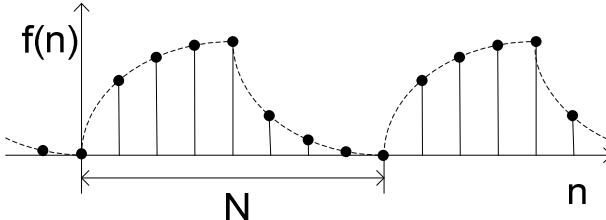
Delenie 2a

- **Spojité v čase**
- **Diskrétné v čase**

Delenie 2b

- **Spojité v hodnote**
- **Diskrétné v hodnote**

Aplikovanie delenia 2a (spojitosť v čase) na najbežnejšie deterministické signály

	Spojité v čase	Diskrétne v čase
Neperiodické	Spojité neperiodické (SN) 	Diskrétne neperiodické (DN) 
Periodické	Spojité periodické (SP) 	Diskrétne periodické (DP) 

- Každá skupina má svoje vlastnosti a matematický aparát, pomocou ktorého sa so signálom pracuje
- Podľa čoho spoznáme napr. periodicitu?
 - pre spojité signály: $f(t)$ je periodické s periódou T , keď existuje také $T \in \mathbf{R}$, že $f(t) = f(t + kT)$, $k \in \mathbf{Z}$
 - pre diskrétne signály: $f(n)$ je periodické s periódou N , keď existuje také $N \in \mathbf{Z}$, že $f(n) = f(n + kN)$, $k \in \mathbf{Z}$

Analýza/zmena signálu

- 1) Zaradenie signálu do skupiny
- 2) [VOLITELNE] Presun signálu do inej skupiny (ZMENA SIGNÁLU)
 - a. POZOR(!): je dôležité poznať dôsledky a spôsoby ako sa negatívnym dosledkom brániť
 - b. Treba uvážiť:
 - i. Bude stáť presun vôbec za to? (získame tým niečo zmysluplné, ušetríme na niečom)
 - ii. Ak budeme potrebovať vrátiť signál do pôvodného tvaru (do pôvodnej skupiny) zvädneme to?
- 3) Analýza/zmena signálu pomocou príslušného matematického aparátu. Pozor(!): napr. ak analyzujeme periodický signál
 - a. Je to naozaj periodický signál? Nie je napr. kváziperiodický?
 - b. Správne sme určili periódu? Nie je perióda iná?
- 4) [VOLITELNE] Presun signálu do pôvodnej skupiny (SPÄTNÁ ZMENA SIGNÁLU) (podobné úskalia ako pri (2))

Typické zmeny/presuny:

- SN->SP = „periodifikácia“: „určíme periódu“ a budeme ju považovať za periódu nášho signálu
 - Úskalia:
 - Ak bol signál kratší ako zvolená perióda ... je to jednoduchšie ... aj návrat k pôvodnému signálu je triviálny a jednoznačný (Pozn: má vplyv voľba periódy? je dobré, alebo zbytočné si voliť dlhú periódu? ($T=1/f$))
 - Ak bol signál DLHŠÍ ako zvolená perióda:
 - Zobrali sme naozaj reprezentatívny interval signálu?
 - Pomalšie deje v signále, ktoré sme nezobrali kompletne do úvahy nám do istej miery môžu poukázať výsledok
- SN->DN = „vzorkovanie“: SN signál nám odteraz budú reprezentovať iba jeho vzorky
 - Úskalia:
 - Ako husto voliť vzorky?
 - Máme šancu pôvodný SN signál zrekonštruovať z jeho vzoriek?
 - Príliš rýchle deje v signále, ktoré sme nezobrali kompletne do úvahy nám do istej miery môžu poukázať výsledok
- Do akej miery sú podobné SN->SP a DN->DP? (periodifikácie)
- Do akej miery sú podobné SN->DN a SP->DP? (vzorkovania)

Aby sme vedeli situáciu analyzovať potrebujeme pracovať s pojmom „frekvencia“ a súvislosťami:

- Čo je to frekvencia?
- Čo to znamená že signál obsahuje nejaké frekvencie a ako to súvisí s harmonickým signálom?
- Šírenie signálov v prostredí – „prírodné“ a „fyzikálne“ sústavy

Redefícia delenia deterministických signálov

- **Deterministické** – priebeh hodnoty v čase sa dá presne vyjadriť, predpovedať
 - **Periodické** – zložené z harmonických signálov s frekvenciami, ktoré sú celočíselným násobkom jednej základnej frekvencie
 - **Kvaziperiodické** - zložené z harmonických signálov s frekvenciami, z ktorých aspoň 2 sú vo vzájomných pomeroch určených iracionálnym číslom
 - **Neperiodické** – taktiež zložené z harmonických signálov

Delenie 3 (výkon/energia)

- **Výkonové signály**
 - majú nenulový avšak konečný **stredný normovaný výkon** P . Pre reálny signál $f(t)$: $P = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{a} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f^2(t) dt$
 - pre periodické signály stačí voliť $a = T$
 - pozor, nepočítame **okamžitý výkon** $p(t) = \frac{de(t)}{dt}$
 - patria sem zvyčajne periodické, niektoré stochastické a kvaziperiodické signály
- **Energetické signály**
 - majú nenulovú avšak konečnú **normovanú energiu** E . Pre reálny signál $f(t)$: $E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt$

Príklad

Majme funkciu:

a) $f(t) = 4 \sin(\omega t), t \in (-\infty, \infty)$

b) $f(t) = \begin{cases} 10e^{-t} & t \in (0, \infty) \\ 0 & t \in (-\infty, 0) \end{cases}$

Je $f(t)$ periodická?

1. Ak áno určiť T a P
2. Ak nie, určiť E

a) Funkcia je periodická s $T = 2\pi/\omega$, lebo pre takéto T platí $f(t) = f(t + nT)$:

Prečo?

Aby funkcia bola periodická musí platiť:

$$\begin{aligned} f(t) &= f(t + nT) \\ \sin(\omega t) &= \sin(\omega(t + nT)) = \sin(\omega t + \omega nT) \end{aligned} \quad (1)$$

Vieme, že $\sin$ je periodická pričom platí

$$\sin(x) = \sin(x + n 2\pi) \quad (2)$$

Teda, vzťah (1) platí, keď

$$\begin{aligned} \omega nT &= n2\pi \\ T &= 2\pi/\omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [4 \sin(\omega t)]^2 dt = \frac{16}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin^2(\omega t) dt = \frac{32}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2(\omega t) dt = \frac{16}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} [1 - \cos(2\omega t)] dt = \\ &= \frac{16}{T} \left[t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega} \right]_0^{T/2} = \frac{16\omega}{2\pi} \left[t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega} \right]_0^{\pi/\omega} = \frac{16\omega}{2\pi} \left[\left(\frac{\pi}{\omega} - \frac{\sin(2\pi)}{2\omega} \right) - (0 - 0) \right] = \frac{8}{\pi} [\pi - 0] = 8 \end{aligned}$$

- $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$
- Substitučná metóda
($x = 2\omega t$)

b) Funkcia nie je periodická

$E = 100 \int_0^{\infty} e^{-2t} dt = 100 \int_0^{\infty} e^{-2t} dt = 100 \left[\frac{1}{-2} e^{-2t} \right]_0^{\infty} = 100 \left[0 - \left(-\frac{1}{2} \right) \right]_0^{\infty} = 50$	Substitučná metóda ($x = -2t$)
---	----------------------------------

Polia čísiel

Ako definičný obor budeme používať:

Z – celé, R – reálne

Ako obor hodnôt budeme používať:

R – reálne, C – komplexné

Ako pomocné hodnoty budeme používať:

Q – racionálne

Základné operácie: $+$, $-$, $*$, $/$, $\bar{x}$, $|x|$

Pri komplexných číslach:

- algebraický (zložkový) tvar: $z = a + ib$
- goniometrický (exponenciálny) tvar: $z = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi) = |z|e^{i\varphi}$
 - $|z|$ – veľkosť, „modul“
 - φ – fáza
- Kreslenie do „Komplexnej roviny“

Signály - kreslenie

Kreslenie

- Obor hodnôt reálne čísla
- Obor hodnôt komplexné čísla
 - „3d“, modul, fáza, reálna, imaginárna hodnota
 - Odhad priebehu hodnoty v komplexnej rovine (parametrizácia pomocou t)

Signály – operácie

- **Základné operácie:** $+$, $-$, $*$, $/$, $\overline{x(t)}$, $|x(t)|$, urychlenie, spomalenie, posun signalov, otočenie signálov...
- **Pokročilé operácie**

Operácia	Vysledok	SN signály	DN signály
Skalárny súčin $\langle, \rangle$	Číslo	$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{g}(t) dt$	$\langle f(n), g(n) \rangle = \sum_n f(n) \bar{g}(n)$
Korelácia $R_{x,y}$	Funkcia	$R_{x,y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \bar{g}(\tau - t) d\tau$	$R_{x,y}(n) = \sum_k f(k) \bar{g}(k - n)$
Konvolúcia $f * g$	Funkcia	$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \bar{g}(t - \tau) d\tau$	$(f * g)(n) = \sum_k f(k) \bar{g}(n - k)$

- **periodické signály:** výsledok môžeme počítat' pre jednu periódu súčinu funkcií
- Platí $\langle x, y \rangle = R_{x,y}(0)$
- $R_{x,x}$ (autokorelácia) je symetrická funkcia okolo bodu 0