Opis LDKI vo frekvenčnej oblasti:

Z – transformácia a jej súvis z Laplase-ovou transformáciou :

ZT najjednoduchšie odvodíme z Laplasovej transformácie, a keďže sa pohybujeme v diskrétnych oblastiach, tak miesto spojitej funkcie dosadíme navzorkovanú funkciu:

$$\mathrm{L(f(t))=F(p)}=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-pt}dt = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n X(nT_{vz})\,\delta(t-nT_{vz})\,e^{-pt}dt =$$

$$\sum_n X(nT_{vz}) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_{vz})\,e^{-pt}dt = \sum_n X(nT_{vz})\,e^{-pnT_{vz}}$$

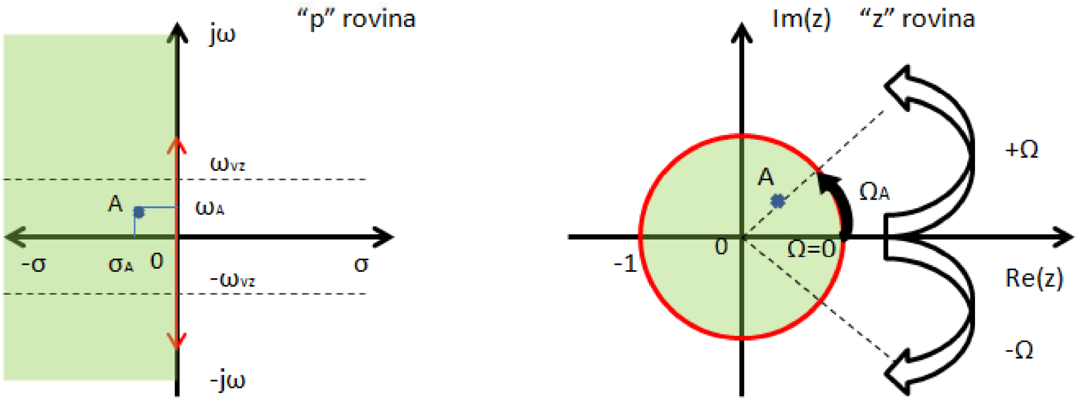
$$\mathrm{F(p)}= \sum_n X(nT_{vz})\,e^{-pnT_{vz}}$$

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n)\cdot z^{-n}$$

Výraz nazývame **Z-transformáciou**, pričom všeobecne $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{e^{pT_{vz}}}$, čo je aj vzťahom ktorý charakterizuje súvis medzi „p“ a „z“ rovinou

$$\mathrm{p} = \sigma + j\omega \rightarrow \mathrm{z} = e^{(\sigma+j\omega)\,T_{vz}} = e^{\sigma T_{vz}}\cdot e^{j\omega\, T_{vz}} = e^{\Sigma}\cdot e^{j\Omega}$$

Z danej rovnice vidíme že hodnoty z imaginárnej osi „p“ roviny (čiže keď σ = 0) sa premietajú na kružnicu „z“ roviny. Body vľavo od imaginárnej osi sa premietajú do kružnice „z“ roviny (podmienka stability).



Z obrázkov a vzorcov vyplýva, že otočenie v Z-rovine o $\boldsymbol{2\pi}$ je to iste ako posunutie v P-rovine o vzdialenosť $\boldsymbol{\omega_{vz}}$, čo znamená, že 1 bod v Z-rovine sa v P-rovine periodicky opakuje pozdĺž osi jω.

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_{vz}}\cdot 2\pi$$

Dôležitou vlastnosťou *Z* – transformácie je **konvolúcia.** Ak *Z*{x(n)} = X(z) a *Z*{h(n)} = H(z), potom pre signál y(n), ktorý dostaneme konvolúciou v čase:

$$y(n) = x(n) * h(n)$$

platí:

$$Z\{y(n)\} = Y(z) = X(z)\cdot H(z)$$

Prenosová funkcia LDKI systému H(z):

LDKI systém vo frekvenčnej oblasti môžeme opísať **prenosovou funkciou H(z)**, ktorá je definovaná ako:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{N} a_k \cdot z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{M} b_k \cdot z^{-k}}$$

alebo tiež ako:

$$H(z) = \frac{\prod_{k=1}^{N}(1 - a_k \cdot z^{-1})}{\prod_{k=1}^{M}(1 - b_k \cdot z^{-1})}$$

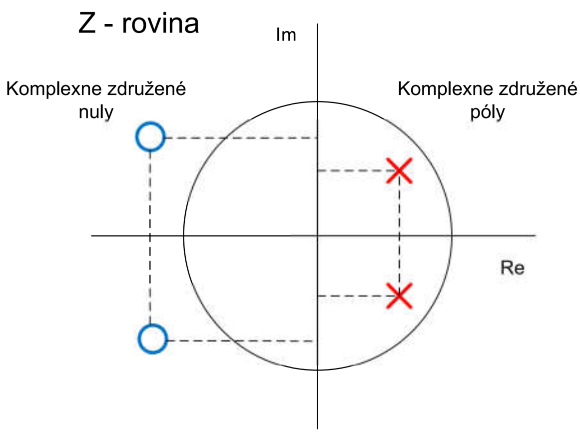
Alebo tiež ako:

$$H(z) = Z\{h(n)\}$$

Z prenosovej funkcie taktiež určujeme korene sústavy. Ich rozmiestnenie je obzvlášť dôležité pri stabilizovaní. Korene čitateľa polynómu sú tzv. **nulové body**, ciže body v ktorých hodnota sústavy nadobúda hodnotu 0. Korene v menovateli sú tzv. **póly**, a sú to body v ktorých sústava vykazuje ∞.

Z hladiska stability nás zaujímajú predovšetkým póly. Stabilné sústavy majú póly v nútri jednotkovej kružnici v Z-rovine. Ak má sústava póly na jednotkovej kružnici = sús. na hranici stability.

Pričom, ak má byť sústava realizovateľná a nejaký koreň je komplexný, tak by k nemu mala sústava obsahovať aj komplexne združený koreň.



Príklad: a) zo zadanej diferenčnej rovnice vypočítajte prenosovú funkciu H(z)

$$y(n) = x(n) + x(n-1) - y(n-2)$$

b) vypočítaj h(n) z vypočítanej z prenosovej funkcie z bodu a)